ЗАВИСИМОСТЬ СПЕКТРА ЧАСТОТ МИКРО- И НАНО РЕЗОНАТОРА ОТ ДАВЛЕНИЯ

© 2021 г. Аким Гайфуллинович Хакимов

ИМех им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, 450054, Уфа, пр-т Октября, 71

hakimov@anrb.ru

Среди многочисленных видов применения микро- и нанопленок, нанопроволок, нанотрубок может быть указано также использование их в качестве детекторов и сенсоров в химии, биологии и т.д. В [1, 2] дается обзор статей, посвященных главным образом консольным резонаторам из нанопленок и нанопроволок. По удовлетворительному согласию собственных частот изгибных колебаний с данными экспериментов делается вывод о приемлемости для анализа модели тонкой балки. Определены собственные частотны изгибных колебаний резонатора с прямоугольным поперечным сечением. Учитывается поверхностный эффект, обусловленный взаимодействием давления газа и разности площадей выпуклой и вогнутой поверхностей резонатора. Эта разность возникает при деформации изгиба. Упругий стержень круглого или прямоугольного сечения с диаметром d и размерами $b\times h$, длиной L закреплен жестко по концам. Применимость классических уравнений деформации тонких элементов типа стержней, пластинок, оболочек для описания поставленной задачи будем оценивать по такой интегральной характеристике как собственные частоты. В силу этих оценок будем пользоваться соотношениями классической механики [3]. Предполагаем, что размеры d, h имеют порядок 10 нм и отношения L/d, L/h имеют порядок 10^1 — 10^3. Дальнейшие рассуждения будем проводить для случая $b>h$ для полосы единичной ширины.

Линейное колебательное движение стержня описывается уравнением [3]

$$EJ\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}-P\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\rho F\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=q, \tag{1}$$

где E, ρ, F, J - модуль упругости, плотность материала, площадь поперечного сечения и момент инерции, x, t - продольная координата и время, w – прогиб, P – продольная растягивающая сила, q - поперечная распределенная сила.

Отсчитывая координату x от точки крепления, принимая функцию прогиба в виде $w(x)\exp(i\omega t)$ и используя в дальнейшем обозначения $\xi=x/L$, $w=w/L$, уравнение (1), а также граничные условия для защемленных опор представим в виде

$$\frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4}-2\alpha\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2}-k^2 w=0,\ \ \alpha=\frac{pF\left(1-2\varphi\right)L^2}{2EJ},\ \ k^2=\frac{\rho F L^4\omega^2}{EJ}=\frac{12\left(1-\nu^2\right)\rho L^4\omega^2}{Eh^2}, \tag{2}$$

$$w=0,\ \ \partial w/\partial\xi=0\ \ \left(\xi=0;\ 1\right).$$

где ω – круговая частота. Это уравнение справедливо для случая отсутствия продольных перемещений в обеих опорах стержня (полосы).

Таблица.

Три низшие собственные частоты f_1, f_2 и f_3 для нанорезонатора.

p, МПа	Источник	Метод	f_1 (ГГц)	f_2 (ГГц)	f_3 (ГГц)
-	[4]	MD	2,71–2,78	7,28–7,33	13,8–13,9
-	[5]	A_{B-E}	2,83	7,81	15,3
0,1	(2)	A_{B-E}	2,77	7,62	14,94
50,0	(2)	A_{B-E}	2,79	7,65	14,98
– 10,0	(2)	A_{B-E}	2,76	7,61	14,93

Результаты MD моделирования (молекулярная динамика) при температуре 4,2 К даются в первой строке (Таблица), расчеты балки Бернулли–Эйлера (A_{B-E}) приводятся во второй строке. Из таблицы видно, что собственные частоты, определенные из уравнения (2), ближе к результатам MD моделирования [4], чем результаты [5].

Влияние избыточного давления окружающей среды на спектр частот колебаний стержня определяется безразмерным параметром α. Он возрастает при увеличении давления и длины стержня, уменьшается с ростом изгибной жесткости. При отрицательном избыточном давлении (вакуумирование) параметр α меняет знак, частоты уменьшаются. С увеличением как распределенной, так и точечной присоединенной массы собственные частоты колебаний уменьшаются ввиду неизменной изгибной жесткости стержня. Перемещение точечной массы к центру приводит к уменьшению нечетных собственных частот, в то время как четные частоты не меняются. По измеренной первой частоте может быть определено избыточное давление, действующее на поверхность стержня (за исключением торцевых поверхностей). По измеренным двум частотам изгибных колебаний определяется точечная присоединенная масса и ее координата. Эти результаты могут быть использованы при моделировании работы резонаторов, в том числе микро и нанорезонаторов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Raman A., Melcher J., Tung R.* Cantilever dynamics in atomic force microscopy // Nano Today. 2008, V. 3. No. 1−2. P. 20 — 27. DOI: 10.1016/S1748-0132(08)70012-4.

2. *Eom K., Park H. S., Yoon D. S., Kwon T.* Nanomechanical resonators and their applications in biological/chemical detection: Nanomechanics principles // Physics Reports-Review Section of Physics Letters. 2011. V. 503. No. 4−5. P. 115 — 163. DOI: 10.1016/j.physrep.2011.03.002.

3. *Тимошенко С.П.* Курс теории упругости. Киев: Наукова думка, 1972. 503 с.

4. *Olsson P. A. T.* Transverse resonant properties of strained gold nanowires // Journal of Applied Physics. 2010. V. 108. No. 3. P. 034318 — 034318-10. DOI: 10.1063/1.3460127.

5. *Olsson P. A. T., Lidström P. C. and Park H. S.* The influence of shearing and rotary inertia on the resonant properties of gold nanowires // Journal of Applied Physics. 2010. V. 108. No. 10. P. 104312-9. DOI: 10.1063/1.3510584.